

# La modélisation des empreintes digitales



« Élémentaire mon cher Watson ! »

Inspecteur principal : Patrick Nizou...

Expert scientifique : Véronique Messéant...

Profiler : Nathalie Villain...





# Empreinte digitale

---

- ◆ **Dessin caractéristique formé par les lignes visibles sur la peau**



## Il existe trois prémices fondamentaux à la dactyloscopie

---

- ◆ La pérennité du dessin papillaire de la naissance à la mort,
- ◆ L'inaltérabilité du dessin,
- ◆ L'individualité du dessin d'un individu à l'autre.



# Plan

---

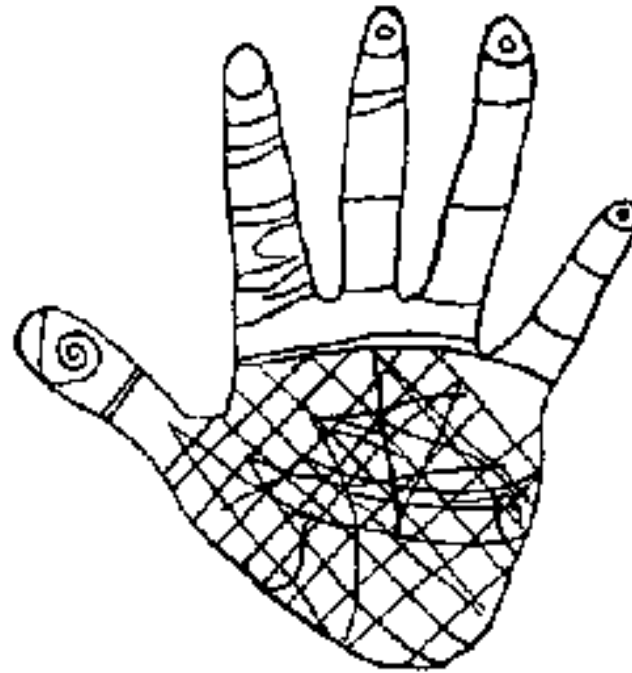
- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**



# Historique

---

***Relevé d'empreintes digitales trouvé sur une paroi d'une falaise de Nouvelle-Ecosse (plus ancien relevé intentionnel connu)***





# Historique

---

## Prises des mesures selon la méthode de Bertillon





# Historique

---

- ◆ **Les recherches scientifiques trouvent leur application dans le domaine de la criminalistique**
- ◆ **L'étude des empreintes digitales appelée la dactyloscopie permet de donner un caractère scientifique à la notion de preuve qui était jusqu'alors essentiellement basée sur l'aveu.**



# Historique

---

**Francis Galton en 1850**







# Historique

---

- ◆ **La Classification des empreintes se généralise et remplace le Bertillonage .**
- ◆ **1910 : Mise en place de fiches décadactyloscopiques par Edmond Locard.**
- ◆ **1994 : Le Fichier Automatisé des Empreintes Digitales (F.A.E.D.)**



# Plan

---

- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**



# Les formes d'empreintes

---

- ◆ Ces trois types d'empreintes regroupent 95% des doigts humains :
- ◆ 30% pour les spirales ou tourbillons
- ◆ 60% pour les boucles
- ◆ 5% pour les tentes.



*Arche*



*Boucle à droite*

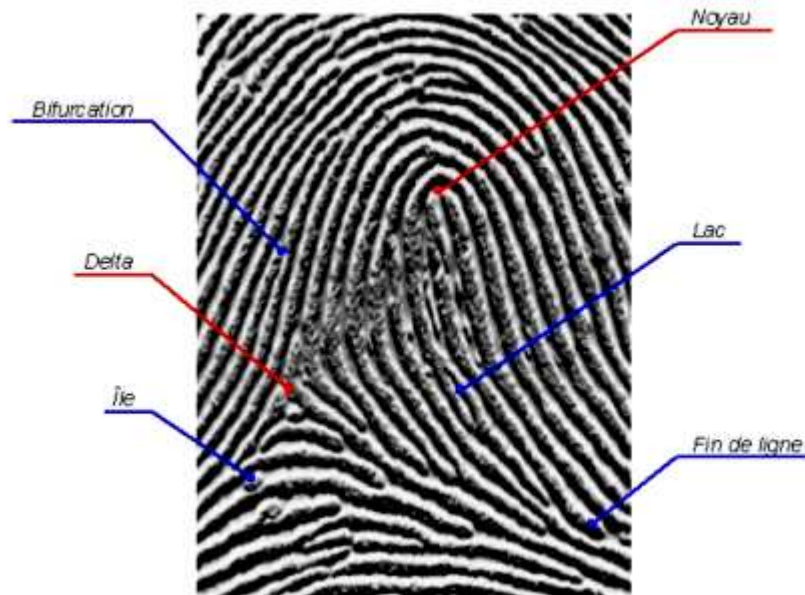


*Tourbillon*



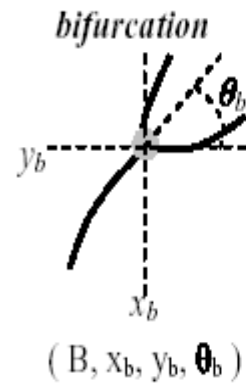
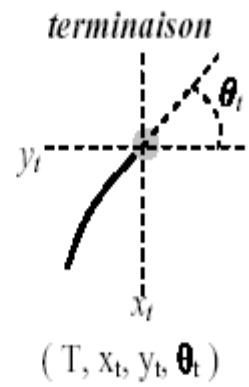
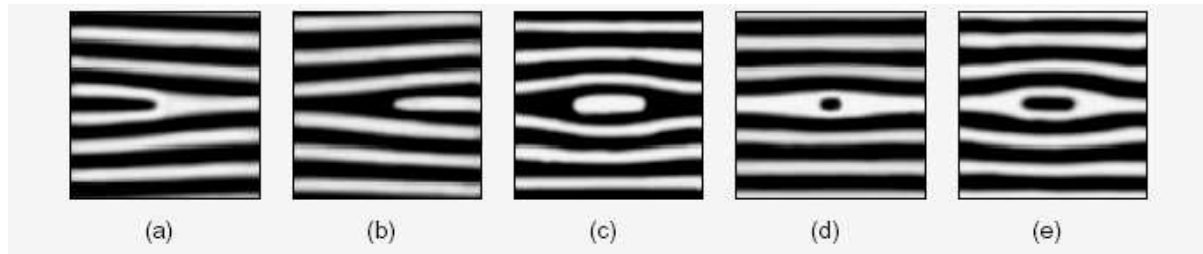
# Les points singuliers

---





# Les minuties





# Traitement des images

---

## ◆ la signature



Image d'origine



Image binarisée



Extraction des minuties



# Traces et empreintes

---

- ◆ **Les traces sont traitées informatiquement et une identification trace contre déca est possible**



# Plan

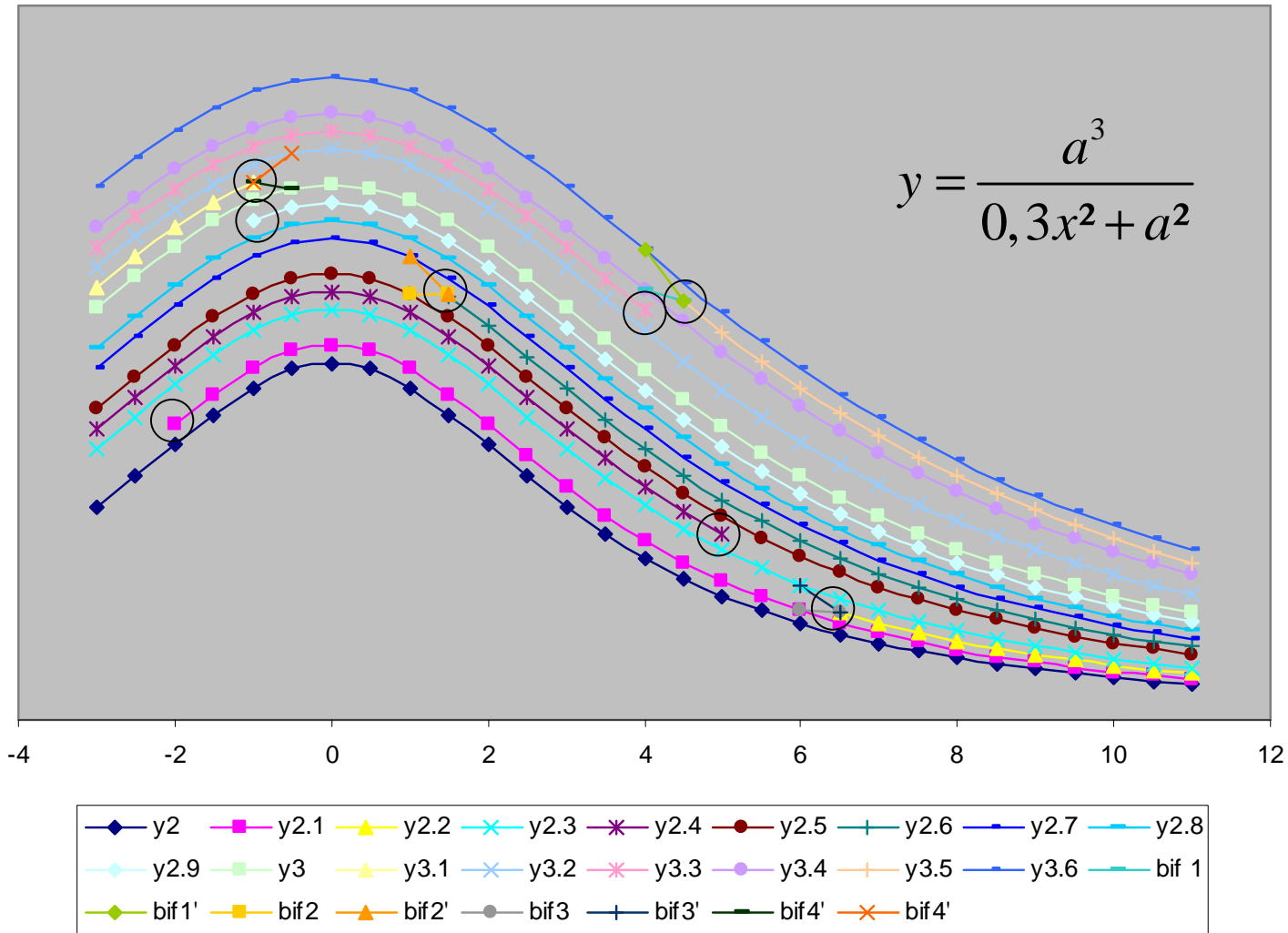
---

- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**





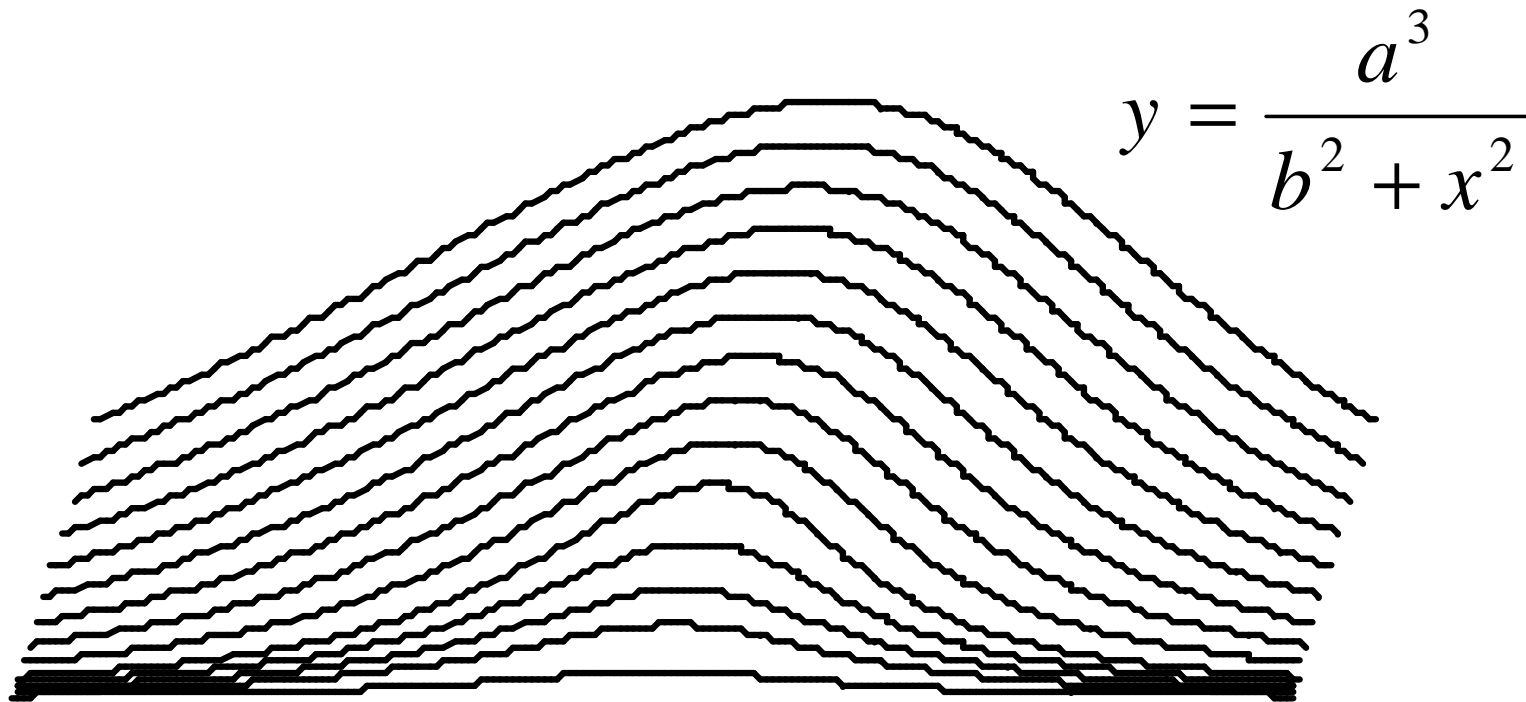
# Modélisation: arche avec huit minutes





# Modélisation: arche

---

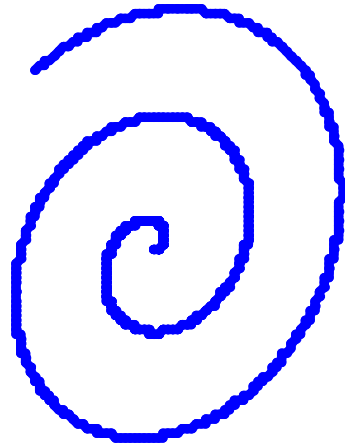




## Modélisation: spirale

---

### Spirale d'Archimède de pas $2\pi$



$$t \in \left[ 0; \frac{19\pi}{4} \right]$$

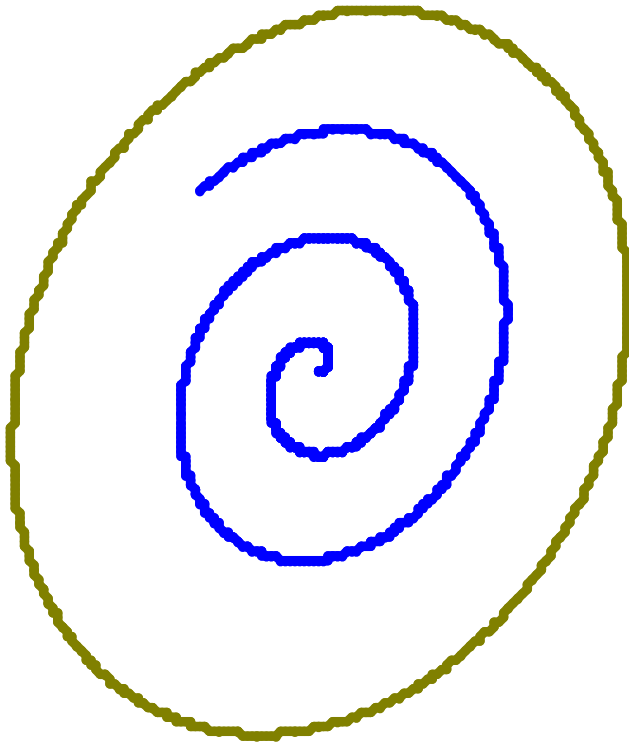
$$\begin{cases} x(t) = t \cos t \\ y(t) = t \sin t \end{cases}$$



## Modélisation: spirale

---

Cercle de rayon  $\frac{27\pi}{4}$



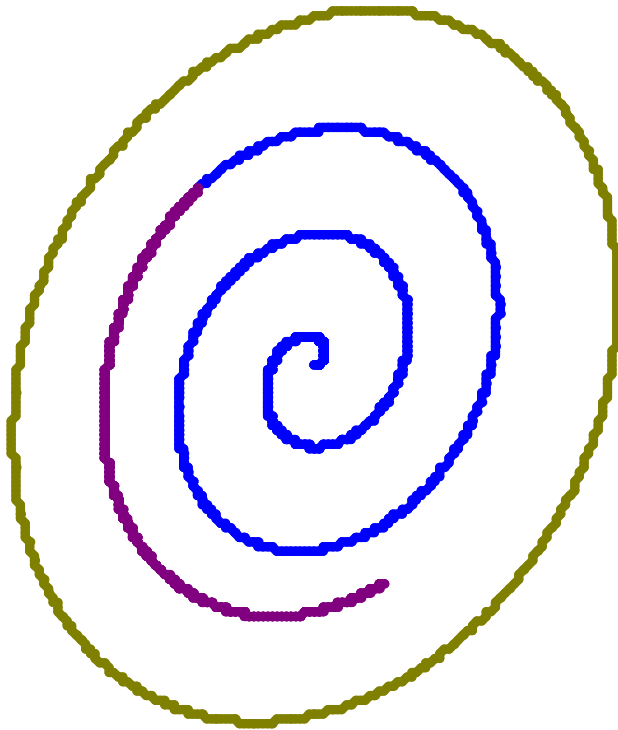
$$\frac{27\pi}{4} = \frac{19\pi}{4} + 2\pi$$



## Modélisation: spirale

---

Arc de cercle de rayon  $\frac{19\pi}{4}$

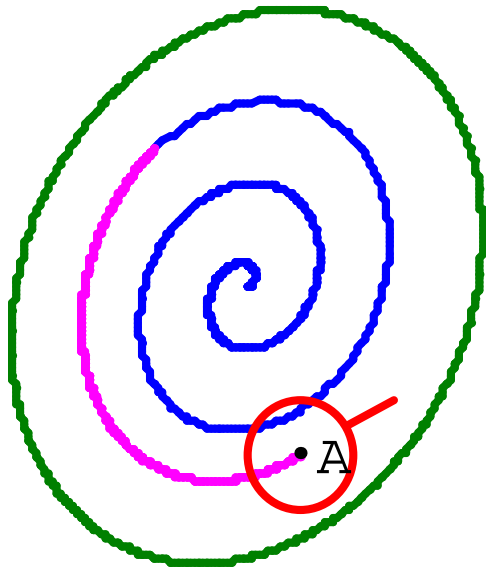




## Modélisation: spirale

---

**Pour visualiser la minutie (interruption) ; on crée un cercle de centre A et un segment qui a pour support la tangente en A au cercle.**

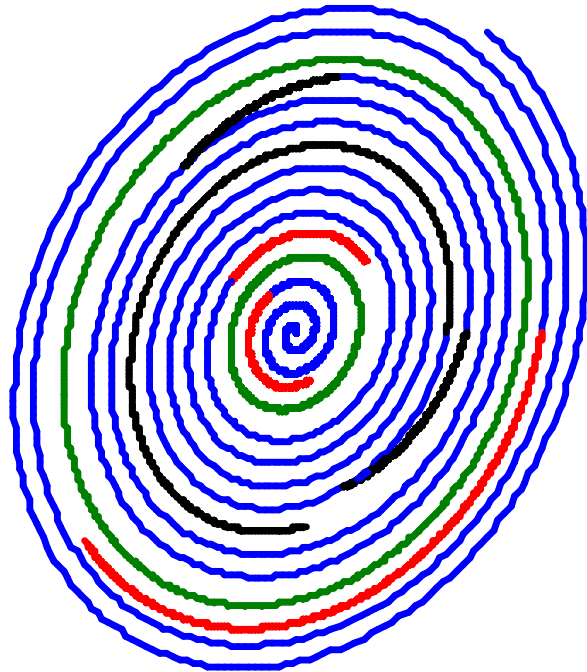




## Modélisation: spirale

---

**Noir: Courbes d'équation polaire où est une fonction affine de  $t$  (en noir)**

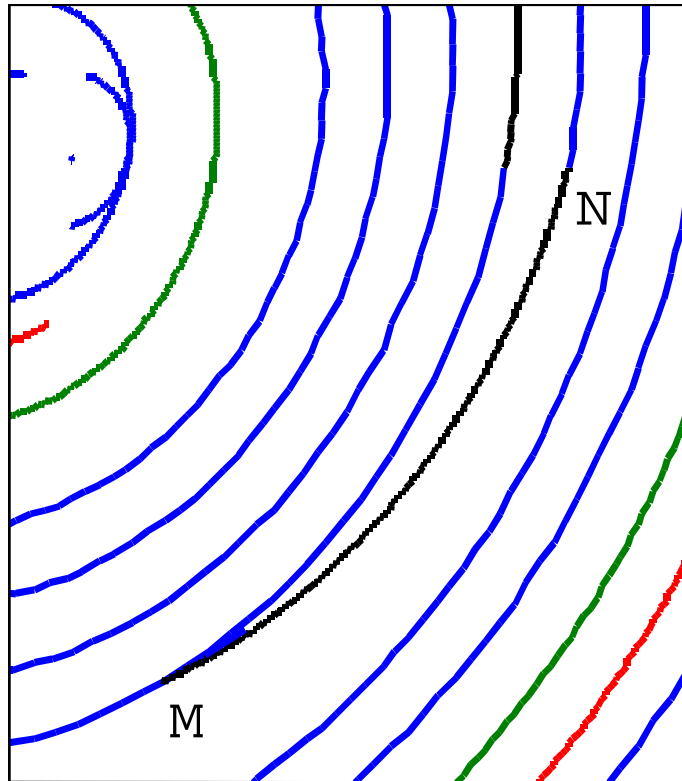


Bleu: spirales  
Vert: cercles  
Rouge: arcs de cercles



# Modélisation: spirale

## Minutie bifurcation



$$M\left(\frac{47\pi}{3}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right); \frac{47\pi}{3}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$N(18\pi\cos(0):18\pi\sin(0))$$

$$f(0) = 18\pi \quad f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{47\pi}{3}$$

$$f(t) = 7t + 18\pi$$

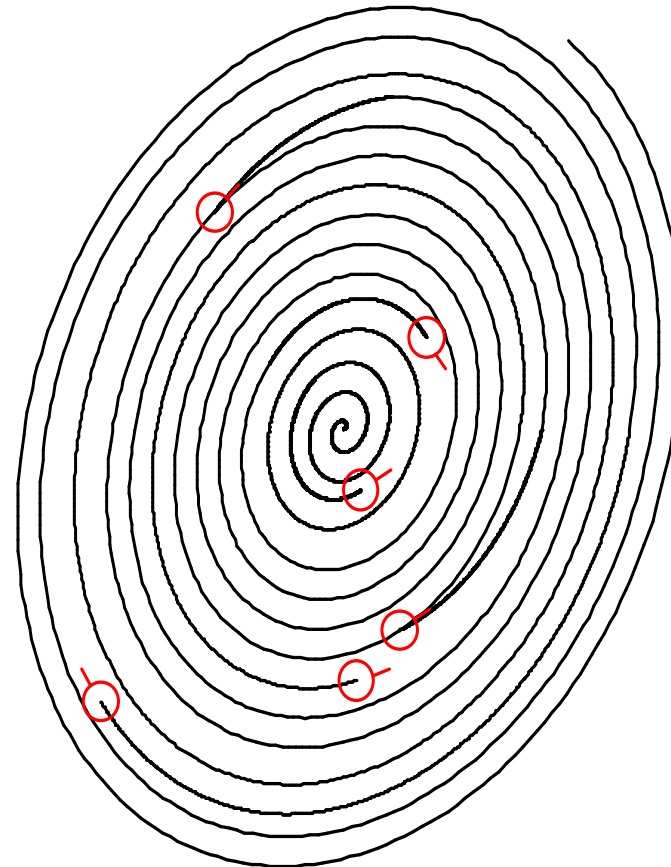
$$\rho = f(t)$$





# Modélisation: spirale

A/R<sub>oxy</sub>: (4.88, -15.51) B/R<sub>oxy</sub>: (23.55, 23.55) C/R<sub>oxy</sub>: (16.08, -51.15) D/r: (14.3, -53.36) E/R<sub>oxy</sub>: (-36.88, 55.31) F/R<sub>oxy</sub>: (-69.31, -69.31)

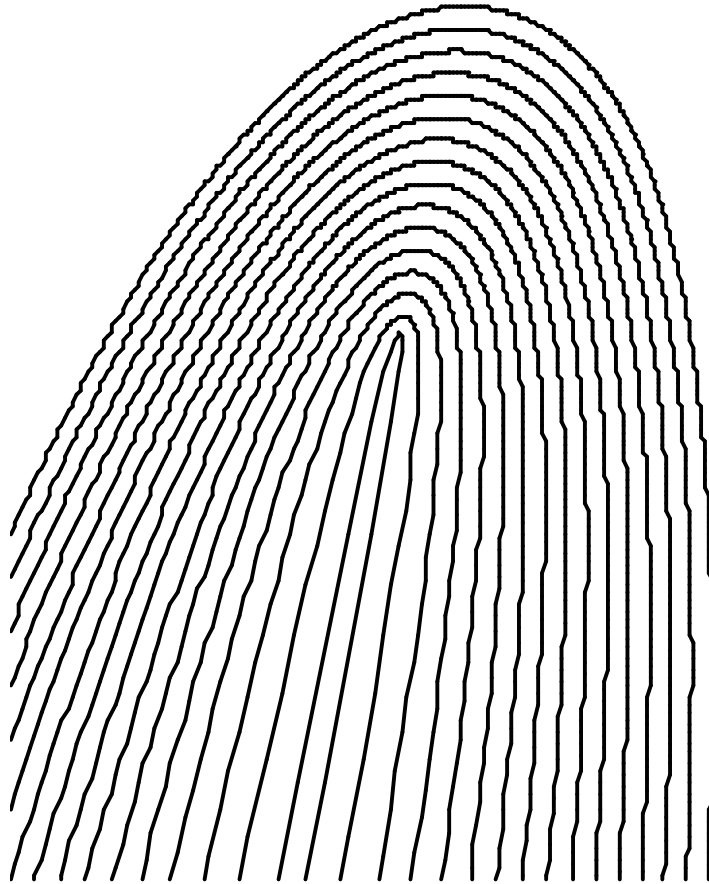




## Modélisation: boucle

---

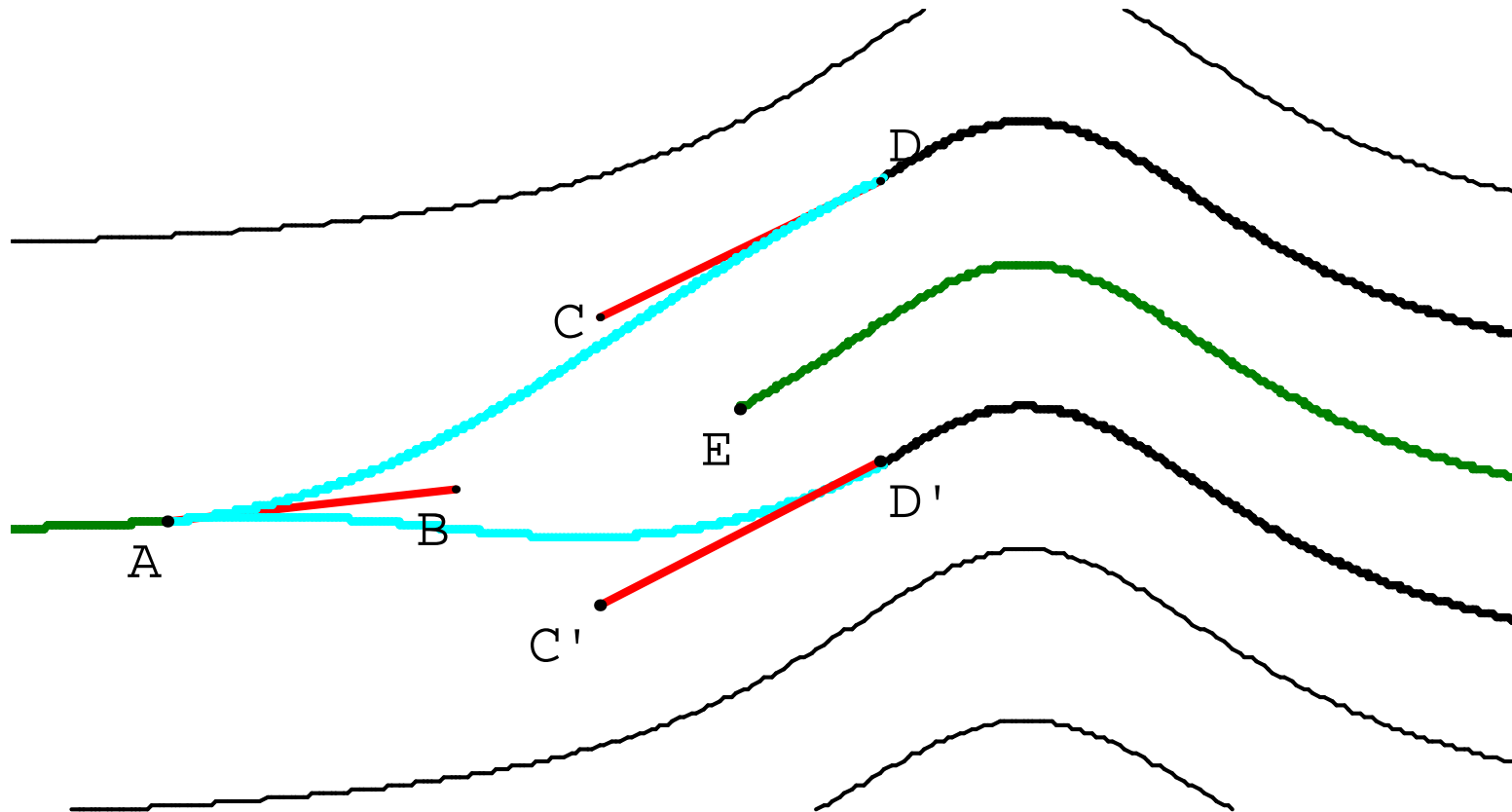
**A partir du cosinus hyperbolique**



$$y = -\frac{a}{2} \operatorname{ch} \frac{x}{a} + 3a$$



# Modélisation: bifurcation à l'aide de courbes de Bézier





# Plan

---

- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**



# Classification: Galton

<i>Elementary divisions</i>	<i>Index number</i>	<i>Symbols of Patterns.</i>				<i>Index number</i>
		<i>symmetric.</i>		<i>sloped.</i>		
<i>Primary.</i>	1	$\triangle$ a	$\lambda$ b	$\hat{e}$ c	$\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ d e f g	1 or 2
<i>Whorls</i>	3	$\odot$ h	$\otimes$ i	$\phi$ j	$\phi$ $\phi$ $\phi$ $\phi$ k l m	3 or 4
<i>Loops.</i>	<i>all sloped.</i>					
	$\curvearrowright$ n	$\curvearrowleft$ o	$\curvearrowright$ p	$\curvearrowleft$ q	$\curvearrowright$ $\curvearrowleft$ $\curvearrowright$ $\curvearrowleft$ r s t u	5 or 6



# Classification: Galton

<i>L, R</i>	<i>L, R</i>	<i>Left.</i>					<i>Right.</i>					<i>Index</i>
123, 123	T4, T4	4	3	2	1	T	T	1	2	3	4	
353, 333;	35, 35	↷	⊙	↷	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	↷	38.2
553, 333	35, 35	↷	⊙	↷	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	↷	19.2
353, 353	15, 55	↷	⊙	↷	⊙	↷	↷	⊙	↷	⊙	↷	6.2
353, 653	35, 35	↷	⊙	↷	⊙	⊙	⊙	↷	↷	⊙	↷	17.1
355, 353	55, 35	↷	↷	↷	⊙	↷	⊙	⊙	↷	⊙	↷	16.1
355, 455	55, 35	↷	↷	↷	⊙	↷	⊙	↷	↷	↷	↷	49.1
365, 355	55, 55	↷	↷	↷	⊙	↷	↷	⊙	↷	↷	↷	3.2
415, 555	35, 55	↷	↷	↷	↷	⊙	↷	↷	↷	↷	↷	21.4



# Classification: Henry

	<b>Pou ce droi t</b>	<b>Ind ex droi t</b>	<b>Maje ur droit</b>	<b>Annulair e droit</b>	<b>Auriculair e droit</b>	<b>Pouc e gauc he</b>	<b>Index gauc he</b>	<b>Maje ur gauch e</b>	<b>Annulair e gauche</b>	<b>Auriculair e gauche</b>
<b>Nu mér o du doig t</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Vale ur si spir ale</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>



## Classification: Henry

---

$$r = \frac{1 + (\text{somme des valeurs attribuées aux numéros pairs})}{1 + (\text{somme des valeurs attribuées aux numéros impairs})}$$





# Conversion Galton-Henry

Microsoft Excel - Henry.xls

Formule dans B5: `=SI(J1=1;"Arche";SI(J1=2;"Arche";SI(J1=3;"Spire";SI(J1=4;"Spire";"Boucle"))))`

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Codage Galton	3	5	3	6	5	3	3	5	3	5	
2	numéro du doigt correspondant chez Henry	7	8	9	2	3	4	6	10	1	5	
3	<b>nom du doigt</b>	<b>pouce droit</b>	<b>index droit</b>	<b>majeur droit</b>	<b>annulaire droit</b>	<b>auriculaire droit</b>	<b>pouce gauche</b>	<b>index gauche</b>	<b>majeur gauche</b>	<b>annulaire gauche</b>	<b>auriculaire gauche</b>	
4	numéro du doigt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
5	<b>type de dessin</b>	<b>Spire</b>	<b>Boucle</b>	<b>Boucle</b>	<b>Spire</b>	<b>Boucle</b>	<b>Spire</b>	<b>Spire</b>	<b>Boucle</b>	<b>Spire</b>	<b>Boucle</b>	
6	lettre	W	L	L	W	L	W	W	L	W	L	
7	valeur attribuée	16	0	0	8	0	4	2	0	1	0	
8												
9		<b>groupe</b>										
10												
11												
12	<b>empreinte ligne</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>			
13		29	29	25	13	25	17	17	3			
14		28	28	20	20	19	19	3	3			
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												

L, R	L, R	Left.				Right.				Index		
123, 123	T4, T4	4	3	2	1	T	T	1	2	3	4	
353, 353	35, 35	⌣	⊙	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	38.2
353, 353	35, 35	⌣	⊙	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	19.2
353, 353	15, 35	⌣	⊙	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	6.2
353, 653	35, 35	⌣	⊙	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	17.1
355, 353	35, 35	⌣	⌣	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	16.1
355, 455	55, 35	⌣	⌣	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	49.1
365, 355	55, 55	⌣	⌣	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	3.2
415, 555	35, 55	⌣	⌣	⌣	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⌣	21.0

Prêt





# Plan

---

- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**



## Empreintes et probabilités

---

◆ 1892

- ◆ Galton «démontre » qu'il y a une chance sur 64 milliards que deux individus aient les mêmes empreintes



# Empreintes et probabilités: Galton

---

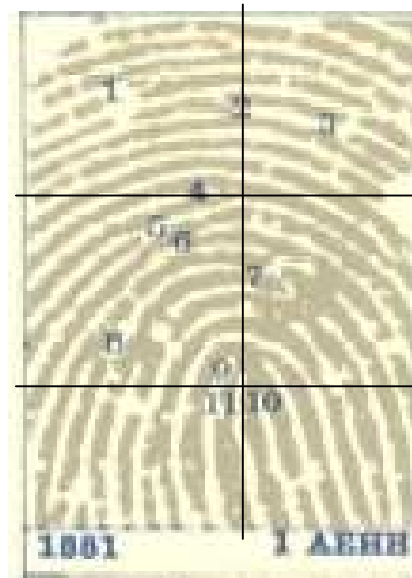
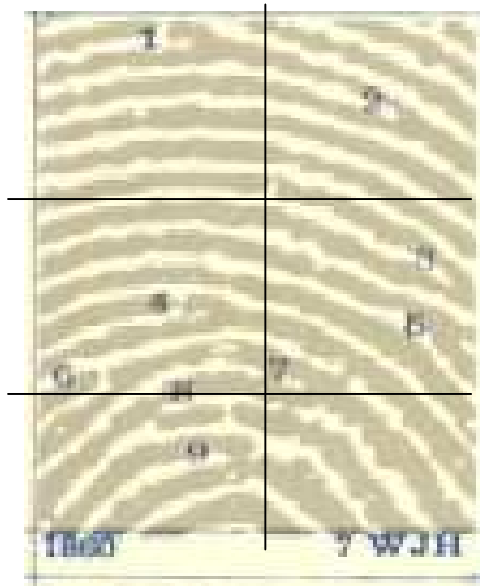
- ◆ **La ressemblance générale de deux empreintes ne suffit pas à prouver qu'elles proviennent d'un même doigt**



## Empreintes et probabilités: Galton

---

- ◆ Une image partielle d'une empreinte est quadrillée par 6 carrés
- ◆ La probabilité de reconstituer un carré si on le cache est égale à 1:2

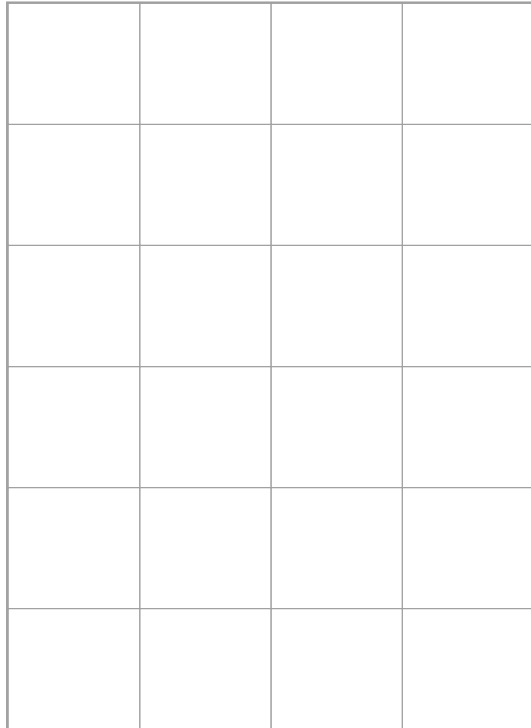




# Empreintes et probabilités: Galton

---

- ◆ **Une empreinte est constituée de 24 carrés indépendants**



$$a = \binom{1}{-2}^{24}$$



## Empreintes et probabilités: Galton

---

- ◆ **Galton introduit des facteurs multiplicatifs rendant compte de la configuration du dessin général et des effets de bord**

$$p(C) = a \times b \times c = \frac{1}{2^{24}} \times \frac{1}{2^4} \times \frac{1}{2^8} = \frac{1}{2^{36}}$$





## Empreintes et probabilités: Galton

---

- ◆ **Il y a une chance sur 64 milliards que deux doigts distincts aient les mêmes empreintes digitales.**

$$2^{10} \approx 1000$$

$$2^{36} \approx 64 \times 10^9$$

$$p \approx \frac{1}{64 \times 10^9}$$



# Empreintes et probabilités: Balthazard

---

- ◆ Balthazard modélise une empreinte comme étant une surface composée de 100 carrés identiques et indépendants, chaque carré pouvant contenir une des 4 minuties de manière équiprobable,
- ◆ Il existe  $4^{100}$  empreintes digitales.

$$P(C) = \left(\frac{1}{4}\right)^{100}$$



# Empreintes et probabilité: Christophe Champod

---

$$P(C) = P(N)P(T)P(S)P(D)P(A)$$

- ◆ **Grâce à l'outil informatique, ce chercheur assemble des données statistiques en vue de vérifier ce modèle et les hypothèses d'indépendance.**



# Plan

---

- ◆ **Historique**
- ◆ **Généralités**
- ◆ **Essais de modélisation sur excel et geoplan**
- ◆ **Modèles de classifications d'empreintes**
- ◆ **Empreintes et probabilités**
- ◆ **Proposition d'un modèle de reconnaissances d'empreintes**
- ◆ **Conclusion**